ESCUELA COMERCIAL CAMARA DE COMERCIO

Materia: Matemáticas GEOMETRÍA ANALÍTICA SUBTEMA: ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Grupos 42A y 52A PROF.: J. AUGUSTO GARCÍA GRASS

OBJETIVO

Determinar la ecuación de una circunferencia a partir de coordenadas conocidas centradas en el origen y fuera del mismo.

Objetivos específicos

1. Identificar gráficamente las coordenadas y diámetro de una circunferencia.
2. A partir de un par de coordenadas calcular el perímetro de una circunferencia.

CIRNCUNFERENCIA

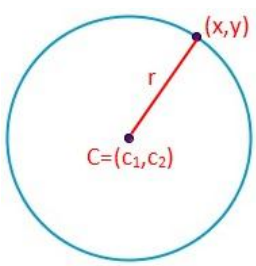
La **circunferencia** es una figura geométrica cerrada cuyos puntos están a una distancia constante **r**, llamada radio, del centro (**C**). La **circunferencia** es el perímetro del círculo.

La fórmula para el cálculo del radio a partir de dos coordenadas está dada por la siguiente ecuación:

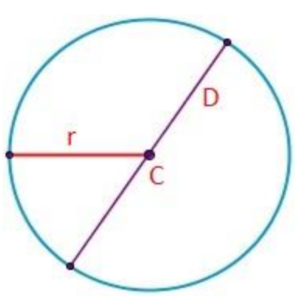
$$(x-c_1)^2+(y-c_2)^2=r^2$$

siendo $C=(c_1,c_2)$ el centro y r el radio de la circunferencia

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



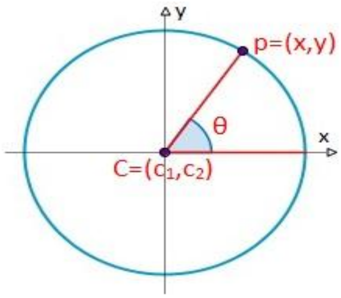
A partir de la siguiente figura y por definición, tenemos que los principales elementos de la circunferencia son:



- Centro: el centro C es el punto interior que está a una distancia r de todos los puntos de la circunferencia
- Radio: es el segmento r que une el centro (C) de la circunferencia con cualquiera de sus puntos.
- Diámetro: segmento D que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro (C). Su longitud es el doble que la del radio.
- Cuerda: es un segmento K que une dos puntos de la circunferencia sin necesidad de pasar por el centro.

DESARROLLO

Los puntos *(x,y)* de la circunferencia también se pueden expresar a partir del ángulo (θ) del punto a través de la circunferencia respecto al eje de coordenadas *x*, mediante la **ecuación paramétrica**. El ángulo se puede expresar radianes ($\theta \in [0,2\pi]$) o grados sexagesimales($\theta \in [0º,360º]$).



$$p \begin{cases} x = c_1 + r \cdot \cos\theta \\ y = c_2 + r \cdot \, sen\,\theta \end{cases}$$

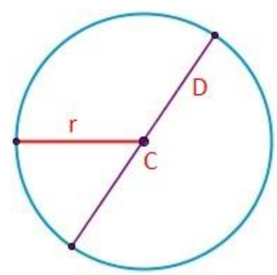
siendo $C = (c_1, c_2)$ el centro y θ el ángulo del punto

$$p = (x, y) = (c_1 + r \cdot \cos\theta, c_2 + r \cdot \, sen\,\theta)$$

La longitud de la circunferencia es igual a dos veces el radio (r) por π, o lo que es lo mismo, el diámetro (D) de la circunferencia por π.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot D$$

donde r es el radio y D el diámetro de la circunferencia



EJERCICIO:

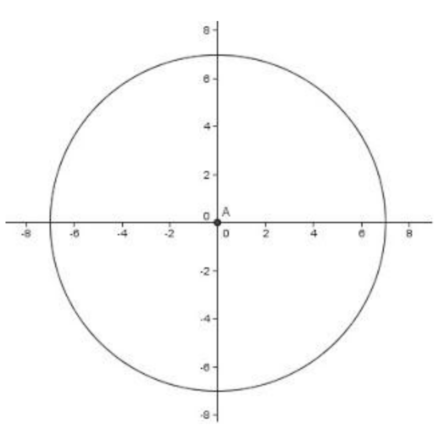
Hallar la ecuación de la recta de una circunferencia de radio 7.

Utilizaremos la ecuación :

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sustituyendo valores:

$$x^2 + y^2 = 49$$



$$\sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} = d$$

$$3 = d$$

Con lo que concluimos que el radio es igual a 3, por lo que nuestra ecuación general quedaría de la siguiente manera:

$$x^2 + y^2 = 3^2 \qquad\qquad x^2 + y^2 = 9$$

APOYO BIBLIOGRÁFICO:

Libro de texto Matemáticas III, Geometría Analítica ECCC, pgs.86 - 89

https://es.khanacademy.org/

TAREA

Resolver las ecuaciones de la circunferencia de los siguientes ejercicios y realiza la correspondiente gráfica:

1. Encontrar la ecuación de una circunferencia con centro en el origen que pasa por el punto (5,3).

2. Encontrar la ecuación de una circunferencia con centro en el origen cuya longitud de diámetro es 4m.

3. Encontrar la ecuación de una circunferencia con centro en el origen que pasa por el punto (2,6).

4. Encontrar la ecuación de una circunferencia con centro en el origen cuya longitud de radio es de 6m.

5. Encontrar la ecuación de una circunferencia con centro en el origen cuya longitud de radio es de 8m. grafique su respuesta

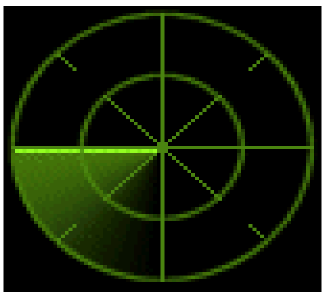
CASO PRÁCTICO No. 9

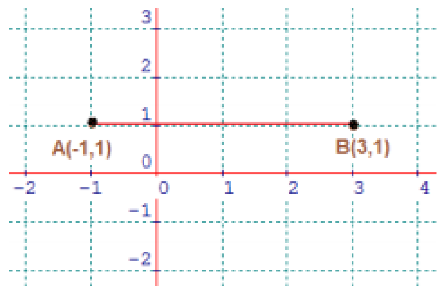
La onda de un radar tiene una forma circular y el operador requiere obtener la gráfica y la correspondiente ecuación general de la circunferencia que tiene como uno de sus diámetros la recta que une los puntos extremos cuyas coordenadas son: (-1,1) y (3,1).

DESARROLLO:

Debemos localizar en el plano cartesiano estos puntos para poder identificar la posición de la circunferencia y obtener el radio y el centro.

Caso seguido El siguiente plano nos muestra los puntos dados y contiene el trazo del diámetro cuya longitud se puede observar es 4 unidades.





Luego como es sabido que el radio equivale a la mitad del diámetro entonces éste mide 2 unidades. Por la misma razón por la que sabemos el valor del radio, de manera inmediata si se pone atención a las coordenadas del centro se puede comprobar que es el punto (1,1)

Así que tenemos: (h,k)= (1,1) y r=2

Donde la ecuación resulta ser aplicando la fórmula:

(x-h)2 + (y-k)2 =r 2

Sustituimos los datos; (x-1)2 + (y-1)2 =2 2 ecuación ordinaria.

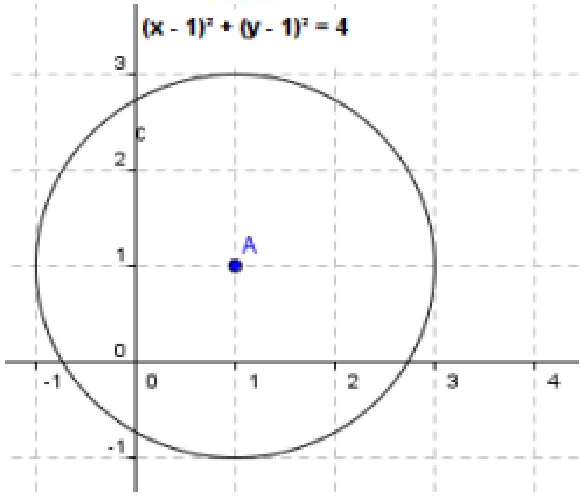
Con lo anterior obtendremos la ecuación general debemos desarrollar los binomios obteniéndose:

(x 2 -2x+1)+ (y2 -2y+1)=4…

Ordenando los términos:

x 2 + y2 -2x-2y +1+1-4 =0,

Tenemos finalmente que: $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$



CONCLUSIONES INDIVIDUALES:

NOTA: Dejas espacio en tu cuaderno de apuntes para que pegues el caso práctico, una vez que sea devuelto con la calificación.