**

BACHILLERATO  
TRABAJOS



|  |  |
| --- | --- |
| **MATERIA: MATEMÁTICAS V**  **GRUPOS: 53 – B / 83 – A**  **PERIODO: 06 / 07 / 08 DIC** | **FECHA: DICIEMBRE 2017**  **PROFESOR: ENRIQUE LÓPEZ** |

**EJERCICIOS DISTRIBUCIÓN POISSON**

**Características**

**El número de vehículos que pasan por una caseta de cobro en las horas de mayor tráfico**

**sirve como ejemplo para mostrar las características de una distribución de probabilidad de**

**Poisson.**

**El promedio (media) de los arribos de vehículos por hora de gran tráfico puede estimarse a**

**partir de los datos anteriores del tráfico.**

**Si dividimos las horas de gran tráfico en periodos (intervalos) de un segundo cada uno,**

**encontraremos que los siguientes enunciados son verdaderos:**

**a) La probabilidad de que exactamente un vehículo llegue por segundo a una caseta**

**individual es un número muy pequeño y es constante para que cada intervalo de un**

**segundo.**

**b) La probabilidad de que dos o más vehículos lleguen en un intervalo de un segundo es**

**tan reducida que podemos asignarle un valor cero.**

**c) El número de vehículos que llegan en determinado intervalo de un segundo es**

**independiente del momento en que el intervalo de un segundo ocurre durante la hora de**

**gran tráfico.**

**d) El número de llegadas en cualquier intervalo de un segundo no depende del número de**

**arribos de cualquier otro intervalo de un segundo.**

**La probabilidad de exactamente x ocurrencias en una distribución de Poisson se calcula**

**mediante la fórmula:**



**Ejercicio**

**Estamos investigando la seguridad de un crucero muy peligroso. Los archivos de la policía**

**indican una media de cinco accidentes por mes en él. El número de accidentes está**

**distribuido conforme a la distribución de Poisson, y la división de seguridad en carreteras**

**quiere calcular la probabilidad de exactamente 0,1,2,3 y 4 accidentes en un mes**

**determinado.**

**Aplicando la fórmula anterior:**

**P(0) = (5)0 (e-5) /0! = 0.00674**

**P(1) = (5)1 (e-5) /1! = 0.03370**

**P(2) = (5)2 (e-5) /2! = 0.08425**

**P(3) = (5)3 (e-5) /3! = 0.14042**

**P(4) = (5)4 (e-5) /4! = 0.17552**

**Para saber cuál es la probabilidad en 3 o menos, sumaremos las probabilidades de 0,1,2,3 lo que será igual a :**

**P(0) = 0.00674  
P(1) = 0.03370  
P(2) = 0.08425  
P(3) = 0.14042  
P(3 o menos) = 0.26511**

**Dado que la probabilidad de que haya 3 o menos accidentes es de 0.26511 entonces la probabilidad de que ocurran más de tres debe ser = 1 –0.26511 = 0.73489.**

**DISTRIBUCIÓN NORMAL**

**Es la distribución continua que se utiliza más comúnmente en estadística. La distribución**

**normal es de vital importancia en estadística por tres razones principales:**

* **Muchas variables continuas comunes en el mundo de los negocios tienen distribuciones que se asemejan estrechamente a la distribución normal.**
* **La distribución normal sirve para acercarse a diversas distribuciones de probabilidad discreta, como la distribución binomial y la distribución de Poisson.**
* **La distribución normal proporciona la base para la estadística inferencial clásica por su relación con el teorema de límite central.**

**En la distribución normal, uno puede calcular la probabilidad de que varios valores ocurran dentro de ciertos rangos o intervalos.**

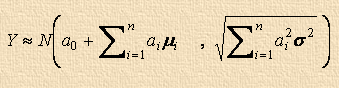
**Sin embargo, la probabilidad exacta de un valor particular dentro de una distribución continua, como la distribución normal, es cero. Esta propiedad distingue a las variables continuas, que son medidas, de las variables discretas, las cuales son contadas. Como ejemplo, el tiempo (en segundos) se mide y no se cuenta.**

**Por lo tanto, es factible determinar la probabilidad de que el tiempo de descarga para una página principal en un navegador de la Web esté entre 7 y 10 segundos o que la probabilidad de que el tiempo de descarga esté entre 8 y 9 segundos, o la probabilidad de que el tiempo de descarga esté entre 7.99 y 8.01 segundos.**

**Sin embargo, la probabilidad de que el tiempo de descarga sea exactamente de 8 segundos es cero.**

**Propiedades del modelo Normal**

1. **Su esperanza es μ.**
2. **Su varianza es σ2 y, por tanto, su desviación típica es σ.**
3. **Es simétrica respecto a su media μ, como puede apreciarse en la representación anterior.**
4. **Media, moda y mediana coinciden (μ).**
5. **Cualquier transformación lineal de una variable con distribución Normal seguirá también el modelo Normal. Si X ~ N(μ, σ) y definimos Y = aX + b (con a ≠ 0), entonces Y ~ N(aμ + b, |a|σ). Es decir, la esperanza de Y será aμ + b y su desviación típica, |a|σ.**
6. **Cualquier combinación lineal de variables normales independientes sigue también una distribución Normal. Es decir, dadas n variables aleatorias independientes con distribución  Xi ~ N(μi, σi) para i = 1, 2, ..., n la combinación lineal: Y = anXn + an−1Xn−1+ ... + a1X1 + a0 sigue también el modelo Normal:**



**DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA**

**La distribución hipergeométrica es una distribución discreta que modela el número de eventos en una muestra de tamaño fijo cuando usted conoce el número total de elementos en la población de la cual proviene la muestra. Cada elemento de la muestra tiene dos resultados posibles (es un evento o un no evento). Las muestras no tienen reemplazo, por lo que cada elemento de la muestra es diferente. Cuando se elige un elemento de la población, no se puede volver a elegir. Por lo tanto, la probabilidad de que un elemento sea seleccionado aumenta con cada ensayo, presuponiendo que aún no haya sido seleccionado.**

**Utilice la distribución hipergeométrica para muestras obtenidas de poblaciones relativamente pequeñas, sin reemplazo. Por ejemplo, la distribución hipergeométrica se utiliza en la prueba exacta de Fisher para probar la diferencia entre dos proporciones y en muestreos de aceptación por atributos cuando se toman muestras de un lote aislado de tamaño finito.**

**La distribución hipergeométrica se define por 3 parámetros: tamaño de la población, conteo de eventos en la población y tamaño de la muestra.**

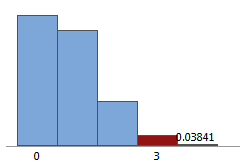
**Usted recibe un envío de pedido especial de 500 etiquetas. Supongamos que el 2% de las**

**etiquetas es defectuoso. El conteo de eventos en la población es de 10 (0.02 \* 500). Usted**

**toma una muestra de 40 etiquetas y desea determinar la probabilidad de que haya 3 o más**

**etiquetas defectuosas en esa muestra. La probabilidad de que haya 3 o más etiquetas**

**defectuosas en la muestra es de 0.0384.**



## **Diferencia entre las distribuciones hipergeométrica y binomial**

**Tanto la distribución hipergeométrica como la distribución binomial describen el número de veces que un evento ocurre en un número fijo de ensayos. Para la distribución binomial, la probabilidad es igual para cada ensayo. Para la distribución hipergeométrica, cada ensayo cambia la probabilidad de cada ensayo subsiguiente porque no hay reemplazo.**

**Utilice la distribución binomial con poblaciones tan grandes que el resultado de una prueba prácticamente no tiene efecto sobre la probabilidad de que el próximo resultado sea un evento o un no evento. Por ejemplo, en una población de 100,000 personas, 53,000 tienen sangre O+. La probabilidad de que la primera persona seleccionada aleatoriamente en una muestra tenga sangre O+ es 0.530000. Si la primera persona en una muestra tiene sangre O+, entonces la probabilidad de que la segunda persona tenga sangre O+ es 0.529995. La diferencia entre estas probabilidades es lo suficientemente pequeña como para ignorarla en la mayoría de las aplicaciones.**

**Utilice la distribución hipergeométrica con poblaciones que sean tan pequeñas que el resultado de un ensayo tiene un gran efecto en la probabilidad de que el próximo resultado sea un evento o un no evento. Por ejemplo, en una población de 10 personas, 7 personas tienen sangre O+. La probabilidad de que la primera persona seleccionada aleatoriamente en una muestra tenga sangre O+ es 0.7000. Si la primera persona en la muestra tiene sangre O+, entonces la probabilidad de que la segunda persona tenga sangre O+ es 0.66667. La diferencia puede aumentar a medida que aumenta el tamaño de la muestra. La diferencia entre estas probabilidades es demasiado grande como para ignorarla en muchas aplicaciones.**