



Matemáticas para la vida



Por qué la ciclicidad es la garantía del aprendizaje profundo y duradero

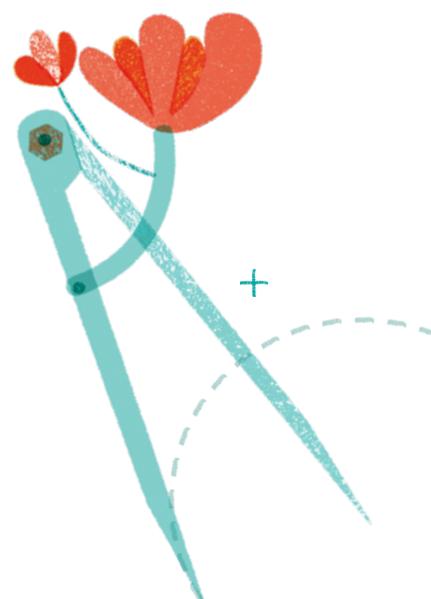
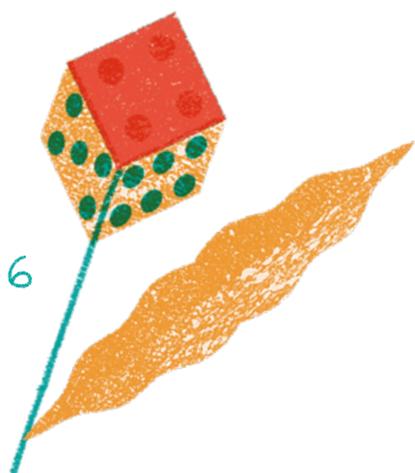


Un programa de matemáticas único

EMAT se basa en un enfoque pedagógico innovador que persigue un cambio de objetivos orientado a alcanzar el aprendizaje significativo. Es decir, un aprendizaje profundo y duradero de los conceptos. Pasamos de la simple repetición de los algoritmos a la comprensión profunda de los conceptos. Para conseguirlo hemos diseñado sus actividades integrando un aspecto metodológico clave: **la ciclicidad**.

EMAT asegura el aprendizaje de todos los alumnos teniendo en cuenta la variedad de formas de aprender, y también los diferentes momentos y etapas.

¡Vamos a ver cómo se desarrollan!





La ciclicidad de EMAT:

una metodología estratégica para conseguir el aprendizaje profundo

La psicología de la educación ha demostrado que para que nuestros alumnos dominen las habilidades y estrategias implicadas en la competencia matemática, es necesario que participen en una gran diversidad de experiencias a lo largo de su proceso de aprendizaje. Para ello, **EMAT se organiza en una distribución cíclica de los contenidos curriculares**, con actividades ajustadas a la edad de los alumnos y a sus maneras de entender el mundo.

La ciclicidad no es otra cosa que ofrecer al alumnado una gran diversidad de experiencias de aprendizaje sobre un contenido a lo largo de todos los cursos escolares y en diferentes momentos del curso actual. Esta ciclicidad, entre cursos (vertical) y dentro del curso (horizontal), permite introducir, practicar, consolidar y repasar un mismo concepto matemático para alcanzar una comprensión profunda y duradera.

 **La ciclicidad vertical** se da entre los cursos y las etapas, de Infantil hasta el último curso de Primaria. Está **pensada para alcanzar una comprensión profunda de un contenido a lo largo de todos los cursos de las etapas Infantil y Primaria**, adaptando las actividades a la edad madurativa del alumno.

¡Pongamos un ejemplo! Aunque los niños y niñas de Infantil todavía no son capaces de utilizar el algoritmo de la división, sí que pueden empezar a entender un aspecto previo de la misma, como es la repartición equitativa.

 **La ciclicidad horizontal** aborda **un mismo contenido, no en bloque, sino secuenciado a lo largo de un mismo curso escolar**. Así, el alumnado puede establecer conexiones significativas entre los diferentes contenidos y motivarse desde diferentes experiencias educativas.

¡Lo vemos con otros ejemplo! La programación de EMAT no dedica una semana entera a trabajar la geometría, sino que a lo largo de la semana el alumnado realiza diferentes actividades, en momentos clave y bien secuenciados, sobre cálculo mental, un contenido de geometría, resolución de problemas...





¡Un ejemplo!

Así trabajamos la división

Desgranamos el concepto de la división en elementos didácticos más simples que distribuimos en actividades adaptadas al nivel madurativo de los alumnos.

| | |
|-------------------|--|
| 6.º | |
| 5.º | |
| Ciclo medio | |
| Ciclo inicial | |
| Etapas Infantiles | |

 **REPARTICIÓN EQUITATIVA**
Cálculos simples de repetición de diferentes elementos.

 **AGRUPACIÓN**
Comprensión de cuántas veces cabe una cantidad dentro de otra.

 **OPERACIÓN INVERSA**
Relación de multiplicación y división como operación inversa.

 **ALGORITMO**
Términos de la división, interpretación del resto, algoritmos hasta 4 cifras en el dividendo y 3 en el divisor, divisiones con números decimales.

 **APROXIMACIONES**
Aproximaciones de resultados a partir de logaritmos de la división.

 **NORMAS DE DIVISIBILIDAD**
Conocer las reglas de divisibilidad que facilitarán la introducción a m.c.m. y el m.c.d.

ETAPA INFANTIL

5

Se proponen situaciones en las que se deben **repartir elementos equitativamente** entre varios conjuntos, o saber **cuántos grupos** se pueden hacer a partir de un conjunto determinado de elementos.

Ejemplo de actividad de 3 años

¿Qué hacemos?

Realizamos agrupaciones.

REPARTICIÓN
EQUITATIVA

- Jugamos a Ser pastores en grupos de cuatro. Un niño es el pastor; otro, el perro; y los otros dos, las ovejas. Cuando el pastor da la orden, el perro debe agrupar a las ovejas en grupos de cuatro. El pastor va cambiando la cifra en las agrupaciones.
- Es importante que queden claros los roles de pastor, perro y ovejas.
- Las figuras de pastor y perro irán rotando para que todos los alumnos puedan participar y jugar en los distintos roles.

Explicamos a los niños que, cuando los avisemos, deben ponerse por parejas. Dan una vuelta alrededor de la clase y a la voz de «¡Ya!» se detienen y forman pequeños grupos. Les preguntamos cuántos alumnos hay en cada grupo. Responden: 2, cuentan el número de grupos y determinan el número total de grupos que han formado. Contamos el número total de alumnos en la clase y lo anunciamos. A continuación, pedimos a los alumnos que adivinen o estimen cuántos grupos se podrían formar si se agruparan de tres en tres. Los alumnos forman los grupos y comprueban el número de grupos. Repetimos la actividad con grupos de cuatro, cinco o seis alumnos. Les ayudamos a verbalizarlo: «Hay (número) alumnos en clase. Hemos formado (número de grupos) grupos de dos, de tres...».

Ejemplo de actividad de 4 años

¿Qué hacemos?

Repartimos equitativamente utilizando equivalencias con las regletas.

REPARTICIÓN
EQUITATIVA

- Reproducimos manipulativamente el reparto con las regletas Cuisenaire. Queremos repartir seis caramelos en partes iguales. Les preguntamos: «¿Cuántos tocan a cada uno?». Practicamos primero con seis regletas blancas.
- Después les mostramos cómo podemos repartir seis caramelos en tres partes utilizando una regleta verde y tres regletas blancas. También podemos representar cuántas veces está contenido el 3 en el 6.

CICLO INICIAL

Se sigue experimentando con el concepto de división en diferentes problemas, situaciones, juegos... Se plantean problemas que tradicionalmente se resuelven con una división antes de que sepan resolver el algoritmo, haciéndolo desde la intuición y la deducción, y utilizando la **operación inversa**.

Ejemplo de actividad de 2.º Primaria

¿Qué hacemos?

Escribimos las expresiones matemáticas de la multiplicación y división como operaciones inversas.

OPERACIÓN
INVERSA

PRACTICO LA DIVISIÓN Y LA MULTIPLICACIÓN

Utiliza monedas y billetes para resolver estos problemas.
Comprueba si tus respuestas tienen sentido.

1. Pol vende batidos de fresa a 3 €. Ha hecho la siguiente tabla para saber cuánto dinero ganará. Ayuda a Pol a completar la tabla.



| Número de batidos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Precio (en euros) | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |

117

Utiliza la tabla para contestar a estas preguntas:

1/4

2. Sara compra cinco batidos.
¿Cuánto tiene que pagar?

$$5 \times 3 = \underline{15} \text{ €}$$

3. Jaime ha pagado 24 €.
¿Cuántos batidos ha comprado?

$$\underline{8} \times 3 = 24 \text{ €}$$

$$24 \div 3 = \underline{8} \text{ batidos}$$

4. Raúl ha pagado 9 €.
¿Cuántos batidos ha comprado?

$$\underline{3} \times 3 = 9 \text{ €}$$

$$9 \div 3 = \underline{3} \text{ batidos}$$



CICLO MEDIO

Se presenta el algoritmo de la división como tal: se explican sus partes (dividendo, divisor, resto) y se contextualiza con situaciones cotidianas para que el alumno comprenda su significado y utilidad. Se vuelve a introducir el concepto de la división como operación inversa de la multiplicación mediante ciertas actividades y juegos, como El número oculto (¿si $3 \times n = 15$, qué número será n ?). También profundizan en el **algoritmo de la división** aumentando las cifras de la operación.

Ejemplo de actividad de 3.º de Primaria

¿Qué hacemos?

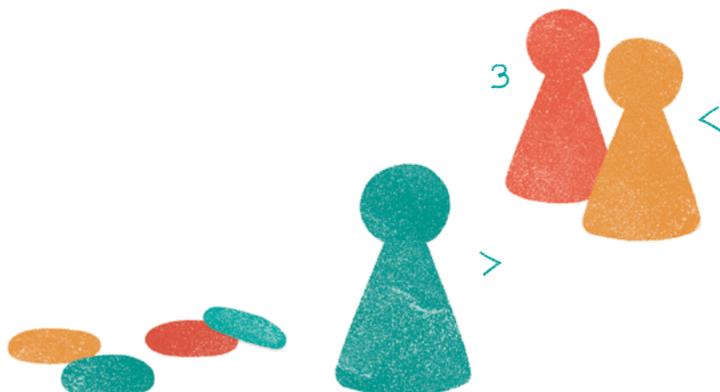
Representamos los términos de una división.

ALGORITMO

Juego demostración cooperativo

Vamos a jugar al Juego de las sillas. Formamos dos grupos de, por ejemplo, 15 personas (adaptamos el número de alumnos de cada grupo al número de alumnos de la clase). Reorganizamos las sillas de manera que a cada grupo de alumnos le correspondan dos grupos de siete sillas. Hacemos sonar la música y los 15 alumnos se mueven alrededor de las sillas. Apagamos la música de golpe y, en ese momento, cada alumno debe buscar rápidamente una silla en la que sentarse. El alumno que se queda sin silla pierde. Reflexionamos sobre lo que ha pasado. Les pedimos que representen esta dinámica con una división y que

especifiquen el dividendo, el divisor, el cociente y el resto (agrupaciones de 15 elementos en grupos de siete; dividendo: 15, divisor: 7, cociente: 2, resto: 1). Es un buen momento para comentarles las diferentes maneras que existen de representar una división y hacer hincapié en la representación en formato caja. Repetimos la misma dinámica primero con dos grupos de seis sillas (agrupaciones de 15 elementos en grupos de seis; dividendo: 15, divisor: 6, cociente: 2, resto: 3) y luego con tres grupos de cuatro sillas (agrupaciones de 15 elementos en grupos de cuatro; dividendo: 15, divisor: 4, cociente: 3, resto: 3).



Ejemplo de actividad de 4.º de Primaria

¿Qué hacemos?

Practicamos la división con resto escogiendo las cifras que más nos interesen.

ALGORITMO

JUEGO DE CUBOS

Restos encadenados



Jugadores
Dos



Material
• Dos cubos numéricos (0-5)
• Dos cubos numéricos (5-10)



Objetivo
Conseguir la suma de restos menor.

Normas

1. Cada jugador dibuja su plantilla.



2. El primer jugador lanza los cuatro cubos. Si en uno de ellos sale un 10, vuelve a lanzarlo.
3. Cada jugador coloca cada uno de los cuatro números en uno de los espacios en blanco de su plantilla, en el orden que escoja, y calcula la división.
4. Anotan el resto obtenido.
5. Se intercambian los roles y ahora el segundo jugador lanza los cuatro cubos.
6. Después de tres rondas, gana el jugador cuya suma de los restos sea menor.

Ejemplo:

| Tirada | Cubos | Max | Mila |
|--------|---------|---|---|
| 1.ª | 4 5 6 8 | $\begin{array}{r} 68 \overline{)45} \\ 23, 1 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 58 \overline{)46} \\ 12, 1 \end{array}$ |
| 2.ª | 1 5 9 6 | $\begin{array}{r} 69 \overline{)51} \\ 18, 1 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 69 \overline{)15} \\ 9, 4 \end{array}$ |
| 3.ª | 0 3 7 5 | $\begin{array}{r} 57 \overline{)3} \\ 0, 19 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 75 \overline{)30} \\ 15, 2 \end{array}$ |
| | | Suma de restos: 41 | Suma de restos: 36 |

Mila gana la partida porque consigue la suma de restos menor.



CICLO SUPERIOR

Se trabaja de nuevo el concepto de división como operación inversa, se insiste en la aplicabilidad del algoritmo y se trabaja a partir del análisis de resultados, realizando **aproximaciones** como estrategia de resolución.

Ejemplo de actividad de 5.º de Primaria

¿Qué hacemos?

Aplicamos las aproximaciones en la resolución de problemas.

APROXIMACIONES

INTERPRETO LOS TÉRMINOS DE LA DIVISIÓN

1. Marcos, Alicia y Jorge encontraron una caja con cómics antiguos. Decidieron repartirlos equitativamente y, si sobraba alguno, se lo darían a Jaime, el hermano de Jorge. Contaron 26 cómics.

—Somos tres. Sé que $3 \times 8 = 24$ y $3 \times 9 = 27$. Si cada uno de nosotros recibe ocho, sobrarán dos para Jaime —dijo Marcos.

—Jaime tiene suerte. Recibirá dos cómics, que es lo máximo que podía recibir independientemente de cuántos hubiera en la caja —respondió Alicia.

¿Por qué tiene razón Alicia?



Porque el residuo de cualquier división de números naturales entre tres solo puede ser 0, 1 o 2, es decir, como máximo es dos.

2. El secretario del colegio coloca los paquetes de hojas en los estantes del armario. Cada paquete mide 5 centímetros de altura y cada estante mide 43 cm. El secretario cree que puede colocar 9 paquetes en cada estante.

- a ¿Tiene razón? **No, solo puede colocar 8.**
- b ¿Por qué?

$$\begin{array}{r} 43 \overline{) 5} \\ 3, 8 \end{array}$$

Es decir, los estantes deberían medir 2 cm más.

También podemos resolverlo mediante multiplicaciones, pues $9 \times 5 = 45$ cm. Es decir, 9 paquetes ocupan más de 43 cm.

3. La chef de un restaurante quiere preparar pastelitos para la merienda de un cumpleaños.

- a Si para la merienda necesita 19 pastelitos y puede hornearlos de 8 en 8, ¿Cuántas hornadas tiene que hacer?

$19 \div 8 = 2 \text{ R}3$ o bien $8 \times 2 = 16$ y $8 \times 3 = 24$
Debe hacer 3 hornadas.

- b Si los vende en cajas de 6 pastelitos cada una. ¿Cuántas cajas puede llenar si tiene 59 pastelitos?

$59 \div 6 = 9 \text{ R}5$ o bien $6 \times 9 = 54$ y $6 \times 10 = 60$
Puede completar 9 cajas.

U1

14

EMAT

47

< 3



Ejemplo de actividad de 6.º de Primaria

Vamos sumando dificultad y se introducen, además, las **normas de divisibilidad**.



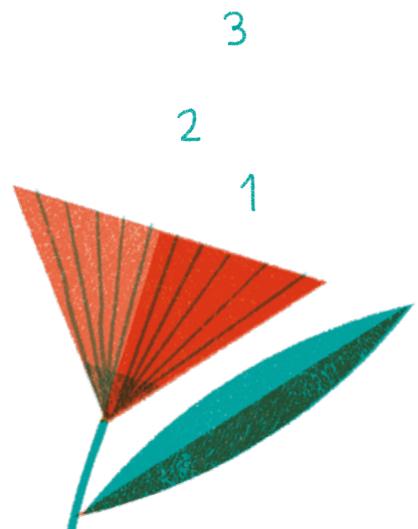
¿Qué hacemos?

Deducimos la norma para los múltiplos de 9.

Juego demostración cooperativo

Escribimos en la pizarra la tabla del 9, de modo que las cifras de los resultados queden alineadas. Pedimos a los alumnos que observen los resultados: «¿Qué ocurre con sus cifras?» (La cifra de las decenas aumenta en una unidad y la cifra en las unidades disminuye en una unidad); «¿Qué tienen en común los resultados?» (La suma de sus cifras es 9). Leemos todos juntos el diálogo de la primera ficha del Libro del alumno y respondemos a la primera pregunta. Ponemos en práctica esta propiedad con ayuda de algunos voluntarios, hasta que entiendan el procedimiento. A continuación, incluimos números mayores que 10, por ejemplo, el número 11: «¿Cuál es el resultado de multiplicarlo por 9?» (99); «¿Qué resultado obtenemos

si sumamos sus cifras?» (18). Resolvemos todos juntos el resto de preguntas de la ficha. Comentamos que deben sumar las cifras una y otra vez hasta obtener un número de una única cifra. Después preguntamos si con esta propiedad podemos saber si un número es divisible por 9 (sí, lo es siempre y cuando la suma final de las cifras sea 9). A continuación, les preguntamos si otros números, por ejemplo, 342 y 782 son divisibles por 9. (342: $3 + 4 + 2 = 9$, sí es divisible; 782: $7 + 8 + 2 = 17$; $17: 1 + 7 = 8$, no lo es). Preguntamos: «¿Sabéis reconocer de una forma similar a la del 9 si un número es divisible por 3?» (La suma de sus cifras tiene que dar 3, 6 o 9). Les preguntamos si los números 121 y 411 son divisibles por 3 (121: $1 + 2 + 1 = 4$, no es divisible; 411: $4 + 1 + 1 = 6$, sí es divisible).



**¿Te gustaría recibir
una llamada personalizada
para saber cómo EMAT
puede ayudarte a conseguir
tus objetivos?**



tekman
REVOLUCIÓN Y APRENDIZAJE



www.tekmaneducation.com